

Série d'exercices n° 08

Fonctions exponentielles

2BAC PC SVT · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1 — Équations et inéquations

★★★★★

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $e^{2x-1} = 3$; $e^{x^2+x} = e^2$; $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$; $e^{x^2} = \frac{1}{4}$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes : $e^{x^2} > e^{2x+3}$; $e^{2x} - 4e^x + 3 \leq 0$; $e^{3x} - 5e^{2x} + 6e^x > 0$; $\ln(e^x - 3e^{-x}) < 0$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 2 — Domaines de définition

★★★★★

Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f dans chacun des cas suivants :

$$f(x) = \frac{x}{e^x - 2} ; \quad f(x) = \frac{e^x}{e^{2x} - 9} ; \quad f(x) = \sqrt{1 - e^{-x}} ; \quad f(x) = \ln\left(\frac{e^x - 3}{e^x + 1}\right).$$

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 3 — Simplifications

★★★★★

Simplifier les nombres suivants, où x est un réel (strictement positif pour D) :

$$A = \frac{e^{2x+3}}{e^{2x-1}} ; \quad B = (e^x)^3 \times (e^{-x})^2 ; \quad C = \frac{e^{3x} \times e^{x+1}}{e^{2x+1} \times \sqrt{e^{4x}}} ; \quad D = e^{\ln(2x+3)} - e^{2\ln x}.$$

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 4 — Limites



Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 3x^2)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x} + x^3)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - e^{2x})$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} + 3e^x - 1}{2e^{2x} + 5}$;
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{2x+1}{x-3}}$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} e^{\frac{1}{x-1}}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{x}$;
3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x e^{\frac{1}{x}}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{e^x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(e^{2x} + e^x + 1) - 2x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x (\sqrt{e^{2x} + 4} - e^x)$;
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{3x}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x^2+1}{x}}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + x}{e^x - x^2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 5 — Dérivées



Calculer $f'(x)$ dans chacun des cas suivants (on précisera l'intervalle de dérivabilité) :

$$f(x) = e^{-x^2+2x-1} ; \quad f(x) = e^{\sqrt{2x-1}} ; \quad f(x) = (2x+1)e^{-3x} ; \quad f(x) = \sin(x) e^{\cos x} ; \quad f(x) = \ln(2 + e^{3x}) ;$$

$$f(x) = e^{\frac{x+1}{x-1}} ; \quad f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} ; \quad f(x) = \sqrt[3]{e^{2x}} ; \quad f(x) = (x^2 + 1) e^{\frac{1}{x}}.$$

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 6 — Primitives



Déterminer une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$ dans chacun des cas suivants :

$$f(x) = e^{-2x+3} + \sqrt{e^x} ; \quad f(x) = x e^{x^2-1} ; \quad f(x) = e^{-x} + 2x + 1 ;$$

$$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} ; \quad f(x) = e^{2x} + \frac{1}{1 + e^{-x}} ; \quad f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}.$$

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 7 — Étude d'une fonction composée

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(e^x + 4e^{-x})$, et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. a. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{(e^x - 2)(e^x + 2)}{e^{2x} + 4}$.
b. Étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de f .
3. a. Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $+\infty$.
b. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(e^{2x} + 4) - x$.
c. En déduire une équation de l'asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $-\infty$.
4. Déterminer le point d'intersection de (C_f) avec l'axe des ordonnées, et montrer que (C_f) ne coupe pas l'axe des abscisses.
5. Tracer la courbe (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
6. On considère l'équation $(E) : f(x) = m$, où m est un paramètre réel.
 - a. Discuter graphiquement, selon les valeurs de m , le nombre de solutions de (E) .
 - b. Résoudre algébriquement l'équation (E) .

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 8 — Inégalités

★★★★★

1. Montrer que, pour tout réel x , $e^x \geq x + 1$.
2. Montrer que, pour tous réels a et b , $e^a + e^b \geq 2e^{\frac{a+b}{2}}$ (on pourra développer $(e^{\frac{a}{2}} - e^{\frac{b}{2}})^2$).

[► Afficher / Masquer la solution](#)Exercice 9 — Exponentielle de base a

★★★★★

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \frac{1}{27}$; $2^x < 8^x$; $4^x - 3 \times 2^x - 4 \leq 0$.
2. Calculer la dérivée des fonctions f et g définies par $f(x) = 3^{x^2-x}$ sur $\mathbb{R}$ et $g(x) = x^x$ sur $]0; +\infty[$.
3. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^x$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5^x - 3^x}{4^x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 2^x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$.

[► Afficher / Masquer la solution](#)

Exercice 10 — Équations, système, simplification

★★★★★

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $2^{1-x} = 3^x$; $4^{x+1} = \frac{12}{3^x}$; $4^x - 2^{x+1} - 8 = 0$; $3 \times 9^x - 10 \times 3^x + 3 = 0$; $2^x - 5\sqrt{2^x} + 4 = 0$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} 2e^x + \ln y = 7 \\ e^x - 3 \ln y = 0 \end{cases}$.
3. Simplifier les nombres $A = 4^{\frac{1}{\ln 2}}$ et $B = 5^{-\frac{1}{\ln 25}}$.

[► Afficher / Masquer la solution](#)

Exercice 11 — Étude de fonction et équation $f(x) = 0$ 

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 + \frac{4}{e^x + 1}$, et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. a. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$.
b. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
c. Montrer que le point $I(0; 3)$ est un point d'inflexion de (C_f) .
3. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x + 1))$, puis interpréter graphiquement le résultat.
4. Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 5$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.
5. Étudier la position relative de (C_f) et de (D) .
6. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$, et que $-5 < \alpha < -4$.
7. En déduire que $e^\alpha = -1 - \frac{4}{\alpha + 1}$.
8. Tracer la courbe (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 12 — Fonction et réciproque



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (e^x - 2)^2$, et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 2 cm).

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.
2. Montrer que (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.
3. a. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2e^x (e^x - 2)$.
b. Dresser le tableau de variations de f .
4. Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion que l'on déterminera.
5. On considère la restriction g de f à l'intervalle $[\ln 2; +\infty[$.
a. Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
b. Montrer que, pour tout $x \in J$, $g^{-1}(x) = \ln(2 + \sqrt{x})$.
6. Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 13 — Problème : fonction et suite

★★★★★

Première partie. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 1 + 4 \left(\frac{x-1}{x} \right)^2 e^{x-2}$, et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 2 cm).

1. a. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.
 b. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.
2. a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 b. Montrer que (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.
3. a. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x) = \frac{4(x-1)(x^2-x+2)e^{x-2}}{x^3}$.
 b. Vérifier que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 - x + 2 > 0$.
 c. Montrer que f est strictement décroissante sur $]0; 1]$ et strictement croissante sur $] -\infty; 0[$ et sur $[1; +\infty[$.
 d. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}^*$.
4. Tracer (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
5. Vérifier que la fonction $H : x \mapsto \frac{1}{x} e^{x-2}$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto \frac{x-1}{x^2} e^{x-2}$ sur $[1; 2]$.

Deuxième partie.

1. On considère la fonction g définie sur $[1; 2]$ par $g(x) = 4(x-1)e^{x-2} - x^2$.
 a. Calculer $g(2)$.
 b. Vérifier que, pour tout $x \in [1; 2]$, $g(x) = -(x-2)^2 e^{x-2} + x^2 (e^{x-2} - 1)$.
 c. Vérifier que, pour tout $x \in [1; 2]$, $e^{x-2} - 1 \leq 0$, puis en déduire que $g(x) \leq 0$ pour tout $x \in [1; 2]$.
2. a. Vérifier que, pour tout $x \in [1; 2]$, $f(x) - x = \frac{x-1}{x^2} g(x)$.
 b. En déduire que $f(x) \leq x$ pour tout $x \in [1; 2]$.
3. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \frac{3}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
 a. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leq u_n \leq 2$.
 b. Déterminer la monotonie de la suite (u_n) , puis en déduire qu'elle est convergente.
 c. Calculer la limite de la suite (u_n) .

► Afficher / Masquer la solution