

Examen national du baccalauréat

Session normale 2026

Mathématiques – 2BAC Sciences Expérimentales (option française)

Mathématiques — Filière : Sciences Expérimentales — Parcours : Sciences de la Vie et de la Terre et Sciences Physiques (option française) Code NS 22F — Durée : 3 h — Coefficient : 7

Instructions générales

- L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices et le problème suivant l'ordre qui lui convient ;
- Il est recommandé d'éviter l'usage de la couleur rouge dans la rédaction des solutions.

Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices et d'un problème, indépendants entre eux, et répartis selon les domaines comme suit :

	Domaine	Barème
Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3.5 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	2.5 points
Problème	Etude de fonctions numériques, suites numériques et calcul intégral	11 points

Notations

- On note $\bar{z}$ le conjugué d'un nombre complexe z , et $|z|$ son module.
- $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.
- e est le nombre réel tel que $\ln(e) = 1$.

Exercice 1 : Géométrie dans l'espace (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(-1, 0, 1)$, $B(-3, 2, 2)$, $C(-1, 1, 2)$ et $D(2, 7, -4)$.

Soit (Δ) la droite passant par le point D et dirigée par le vecteur $\vec{u}(2, 1, 2)$

1.a. (0.5 pt) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$

► Afficher / Masquer la solution

1.b. (0.25 pt) Dédurre que $x + 2y - 2z + 3 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

► Afficher / Masquer la solution

1.c. (0.5 pt) Calculer $\vec{u} \cdot (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$ et déduire que la droite (Δ) est parallèle au plan (ABC)

► Afficher / Masquer la solution

2. Soit (S) la sphère de centre $\Omega(0, 3, 0)$ et tangente à la droite (Δ) .

2.a. (0.5 pt) Vérifier que $\overrightarrow{\Omega D} \cdot \vec{u} = 0$ et déduire que le rayon de la sphère (S) est égale à 6

► Afficher / Masquer la solution

2.b. (0.75 pt) Calculer $d(\Omega, (ABC))$ et déduire que (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon $r = 3\sqrt{3}$

► Afficher / Masquer la solution

2.c. (0.5 pt) Vérifier que $\overrightarrow{C\Omega} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et déduire que le point C est le centre du cercle (Γ) .

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 2 : Nombres complexes (3.5 points)

On considère dans le plan complexe les points A , B et C d'affixes respectives :

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, \quad b = e^{i\frac{\pi}{12}} \quad \text{et} \quad c = 1$$

1.a. (0.5 pt) Écrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique.

► Afficher / Masquer la solution

1.b. (0.5 pt) Vérifier que $b^2 = a$ et que $b\bar{b} = 1$

► Afficher / Masquer la solution

1.c. (0.5 pt) Montrer que $a - 1 = (2 - \sqrt{3})i(a + 1)$

► Afficher / Masquer la solution

2. Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et D le point d'affixe d tel que $T(A) = D$

2.a. (0.5 pt) Vérifier que $d = b(b + \bar{b})$ et déduire que les points O , B et D sont alignés.

► Afficher / Masquer la solution

2.b. (0.5 pt) Déduire que $\arg(d) \equiv \frac{\pi}{12} [2\pi]$

► Afficher / Masquer la solution

3.a. (0.5 pt) Vérifier que $\frac{a - c}{d} = (2 - \sqrt{3})i$ et déduire que les droites (AC) et (OD) sont perpendiculaires.

► Afficher / Masquer la solution

3.b. (0.5 pt) Montrer que le quadrilatère $OCDA$ est un losange.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 3 : Calcul des probabilités (2.5 points)

Une urne contient cinq boules blanches, quatre boules noires et deux boules vertes.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

On considère les événements suivants :

A : « Les trois boules tirées sont de même couleur. »

B : « Tirer au moins une boule verte. »

1.a. (0.5 pt) Montrer que $p(A) = \frac{14}{165}$

► Afficher / Masquer la solution

1.b. (0.5 pt) Calculer $p(\overline{B})$, la probabilité de l'événement contraire de B et déduire que $p(B) = \frac{27}{55}$

► Afficher / Masquer la solution

2. (0.5 pt) Calculer la probabilité $p(A \cup B)$.

► Afficher / Masquer la solution

3. On considère la variable aléatoire X qui associe à chaque tirage le nombre de boules vertes tirées.

3.a. (0.75 pt) Copier et compléter le tableau ci-dessous, qui représente la loi de probabilité de la variable aléatoire X

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$			

► Afficher / Masquer la solution

3.b. (0.25 pt) Montrer que l'espérance de la variable aléatoire X est $E(X) = \frac{6}{11}$

► Afficher / Masquer la solution

Problème (11 points)
Partie I :

On considère les fonctions numériques g et h définies sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = 1 - \ln x$ et $h(x) = x^2 e^{x-1}$

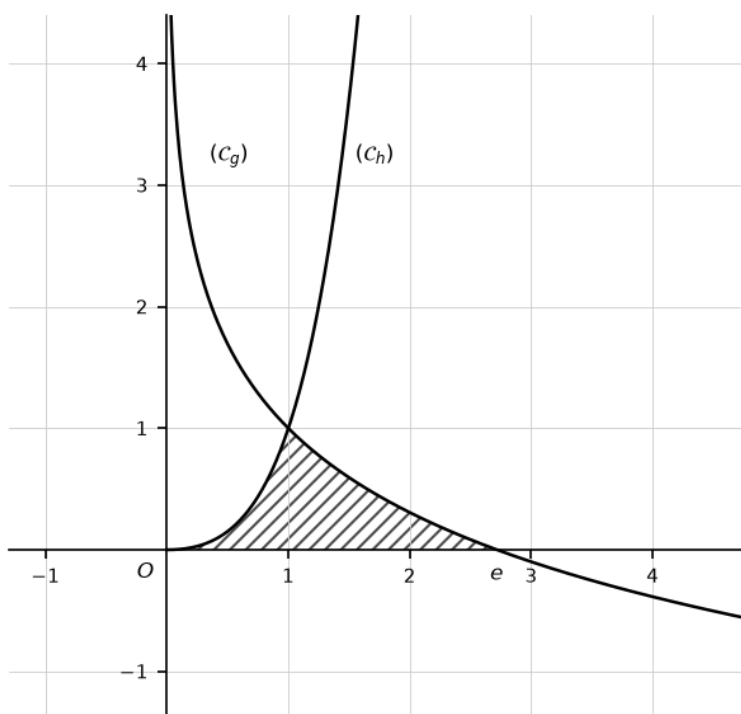
1.a. (0.5 pt) Calculer $g(1)$ et $h(1)$

► Afficher / Masquer la solution

1.b. (0.5 pt) Résoudre l'équation $g(x) = 0$ dans l'intervalle $]0, +\infty[$

► Afficher / Masquer la solution

2. Le graphique ci-dessous représente les courbes $(\mathcal{C}_g)$ et $(\mathcal{C}_h)$ des fonctions g et h dans un même repère orthonormé.



2.a. (0.5 pt) Justifier graphiquement que : pour tout x de $]0, 1[$: $h(x) - g(x) < 0$ et pour tout x de $]1, +\infty[$: $h(x) - g(x) > 0$

► Afficher / Masquer la solution

2.b. (0.5 pt) En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_1^e g(x) \, dx = e - 2$

► Afficher / Masquer la solution

2.c. (0.75 pt) Vérifier que la fonction $H : x \mapsto e^{x-1}(x^2 - 2x + 2)$ est une primitive de la fonction h sur $]0, +\infty[$, puis calculer $\int_0^1 h(x) \, dx$

► Afficher / Masquer la solution

2.d. (0.5 pt) Calculer l'aire du domaine hachuré sur le graphique précédent. (en unité d'aire)

► Afficher / Masquer la solution

Partie II : On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = e^{x-1} - \frac{\ln x}{x}$

Soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1.a. (0.5 pt) Vérifier que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, puis interpréter géométriquement ce résultat.

► Afficher / Masquer la solution

1.b. (0.25 pt) Vérifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

► Afficher / Masquer la solution

1.c. (0.5 pt) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, puis interpréter géométriquement ce résultat.

► Afficher / Masquer la solution

2.a. (0.75 pt) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$, $f'(x) = \frac{h(x) - g(x)}{x^2}$

► Afficher / Masquer la solution

2.b. (0.5 pt) Dresser le tableau de variations de f sur $]0, +\infty[$ (On peut utiliser la question 2.a de la partie I.)

► Afficher / Masquer la solution

2.c. (0.5 pt) Dédire que pour tout x de $]0, +\infty[$, $e^{x-1} \geq 1 + \frac{\ln x}{x}$

► Afficher / Masquer la solution

3. (0.75 pt) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution α tel que : $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ (On donne $f(2) \approx 2,37$ et $f\left(\frac{3}{2}\right) \approx 1,38$)

► Afficher / Masquer la solution

4. Soit φ la restriction de la fonction f sur l'intervalle $[1, +\infty[$

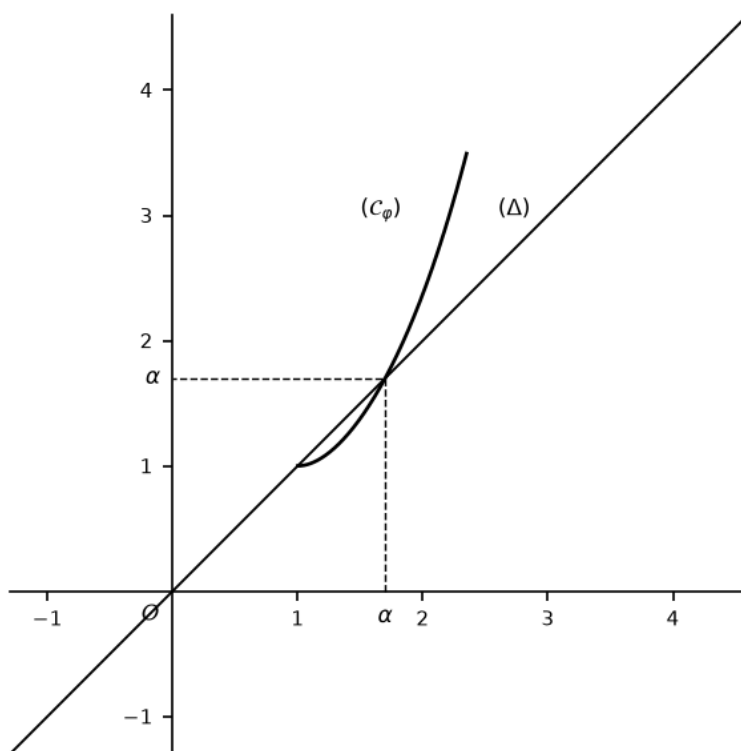
4.a. (0.5 pt) Montrer que φ admet une fonction réciproque φ^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera. (L'expression $\varphi^{-1}(x)$ n'est pas demandée.)

► Afficher / Masquer la solution

4.b. (0.25 pt) Justifier que la fonction φ^{-1} est strictement croissante sur l'intervalle J

► Afficher / Masquer la solution

5. Le graphique ci-dessous représente la courbe $(\mathcal{C}_\varphi)$ de la fonction φ et la droite (Δ) d'équation $y = x$ dans un repère orthonormé.



5.a. (0.5 pt) Justifier graphiquement que pour tout x de $[1, \alpha]$: $\varphi(x) \leq x$

► Afficher / Masquer la solution

5.b. (0.5 pt) Dédurre que pour tout x de $[1, \alpha]$: $\varphi^{-1}(x) \geq x$

► Afficher / Masquer la solution

5.c. (0.5 pt) Reproduire la courbe $(\mathcal{C}_\varphi)$ et tracer la courbe $(\mathcal{C}_{\varphi^{-1}})$ de la fonction φ^{-1} dans un même repère orthonormé.

► Afficher / Masquer la solution

Partie III :

Soit la suite numérique (u_n) définie par $u_0 \in]1, \alpha[$ et $u_{n+1} = \varphi^{-1}(u_n)$, pour tout n de $\mathbb{N}$

1. (0.5 pt) Montrer par récurrence que $1 < u_n < \alpha$, pour tout entier naturel n .

► Afficher / Masquer la solution

2. (0.5 pt) Montrer que la suite (u_n) est croissante. (On peut utiliser la question 5.b de la partie II.)

► Afficher / Masquer la solution

3. (0.75 pt) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

► Afficher / Masquer la solution